Concentración y Desigualdad

Profesor:

Dr. Elías Alvarado Lagunas

www.eliasalvarado.com

Noviembre2012

¿Corrado Gini y Max Otto Lorenz?

Corrado Gini (1884 - 1965)

- *fue un estadístico, demógrafo y sociólogo italiano*
- *desarrolló el coeficiente de Gini: una medida de la desigualdad en los ingresos de una sociedad.*

Max Otto Lorenz (1880 - 1962)

- *fue un economista americano*
- *dedujo la curva de Lorenz, una medida de la desigualdad en los ingresos de una sociedad.*

Tema

1. Concentración o desigualdad (?)
2. Concentración Índice C_k
3. Índice de Herfindahl: ¿monopolio?
4. Índice de desigualdad de Lorenz-Gini: estudios sobre la pobreza
5. Índice de diferencia (desigualdad)

Concentración y desigualdad (?)

- En economia es frecuente el estudio de magnitudes cuyo valor global se distribuye entre el total de componentes de una población.

- OBJETIVO: cuantificar el grado de concentración en el reparto de una variable.

- La equidistibuión es la situación éticamente más deseable?

Índice C_k

Fórmula

$$C_k = \sum_{i=1}^{k} s_i,\ donde\ i = 1 \ldots n$$

- Siendo s_i la producción relativa (volumen de negocios) de la enésima empresa y n el número total de empresas de la industria.
- Por ejemplo C_4 representa el volumen de negocios de las 4 empresas más grandes.
- $k/n \leqslant C_k \leqslant 1$

Índice de Herfindahl:

- es la suma de los cuadrados de los tamaños relativos de las empresas de la industria considerada.
- *Es decir, este índice se basa en el numero total y en la distribución de los tamaños de las empresas de una industria.*
- El índice H se puede calcular sobre una base de 1, donde un HHI =1 indica que se está en presencia de un monopolio, sobre una base de 1.000 o 10.000.

Índice de Herfindahl

- ÍNDICE HERFINDAHL - HIRSCHMAN (HHI)

Fórmula

$$H = \sum_{i=1}^{n} s_i^2,\ donde\ i = 1...n$$

- Siendo s_i la producción relativa (volumen de negocios) de la enésima empresa y n el número total de empresas de la industria.

- $1/n \leqslant H \leqslant 1$

Ejemplos del índice de Herfindahl (I):

Ejemplo:

6 empresas producen 15% *y otras 10 empresas producen* 1%.

Fórmula

$$H = \sum_{i=1}^{n} s_i^2 =? \text{ donde } i = 1...n$$

Respuesta:

Índice de Herfindahl: $H = 6 \times (0.15)^2 + 10 \times (0.01)^2 = 0.136$

Ejemplos del Índice de Herfindahl (II):

Ejemplo:

Una empresa produce 80% *y otras 5 producen* 2% *y otras 10 empresas producen* 1%.

Ejemplos del Índice de Herfindahl (II):

Ejemplo:

Una empresa produce 80% *y otras 5 producen* 2% *y otras 10 empresas producen* 1%.

Fórmula

$$H = \sum_{i=1}^{n} s_i^2 =? \; donde \; i = 1 \ldots n$$

Respuesta:

Índice de Herfindahl:
$H = 1 \times (0.8)^2 + 5 \times (0.02)^2 + 10 \times (0.01)^2 = 0.64$

Índice de desegulidad de Lorenz-Gini:

Fórmula

$$G = \frac{\sum_{i=1}^{k-1}(p_i - q_i)}{\sum_{i=1}^{k-1} p_i}, 0 \leqslant i \leqslant k$$

donde:

- $p_i = N_i / N_k => N_i = \sum_{i=1}^{k-1} n_i$
- $q_i = A_i / A_k => A_i = \sum_{i=1}^{k-1} x_i n_i$
- $A_k = \sum_{i=1}^{k} x_i n_i$ representa la masa total de riqueza.
- $0 \leqslant G \leqslant 1$
- Nota $\sum_{i=1}^{k-1} p_i$ es el maximo de $\sum_{i=1}^{k-1}(p_i - q_i)$

Este índice se calcula aplicando la siguiente fórmula:

$$IG = \frac{\Sigma (p_i - q_i)}{\Sigma p_i}$$

(i toma valores entre 1 y n-1)

En donde p_i mide el pocentaje de individuos de la muestra que presentan un valor igual o inferior al de X_i.

$$p_i = \frac{n_1 + n_2 + n_3 + ... + n_i}{n} \times 100$$

Mientras que q_i se calcula aplicando la siguiente fórmula:

$$q_i = \frac{(X_1 * n_1) + (X_2 * n_2) + ... + (X_i * n_i)}{(X_1 * n_1) + (X_2 * n_2) + ... + (X_n * n_n)} \times 100$$

Ejemplo:

Sueldos	Empleados (Frecuencias absolutas)		Frecuencias relativas	
(Millones)	Simple	Acumulada	Simple	Acumulada
3,5	10	10	25,0%	25,0%
4,5	10	20	25,0%	50,0%
6,0	8	28	20,0%	70,0%
8,0	5	33	12,5%	82,5%
10,0	3	36	7,5%	90,0%
15,0	0	36	0,0%	90,0%
20,0	4	40	10,0%	100,0%

En este caso obtendríamos los siguientes datos:

X_i	n_i	Σn_i	p_i	$X_i * n_i$	$\Sigma X_i * n_i$	q_i	$p_i - q_i$
3,5	10						
4,5	10						
6,0	8						
8,0	5						
10,0	3						
15,0	0						
25,0	4						

Σp_i (entre 1 y n-1) = $\Sigma (p_i - q_i)$ (entre 1 y n-1) =

En este caso obtendríamos los siguientes datos:

Xi	ni	Σ ni	pi	Xi * ni	Σ Xi * ni	qi	pi - qi
3,5	10	10	25,0	35	35	11,7	13,26
4,5	10	20	50,0	45	80	26,8	23,15
6,0	8	28	70,0	48	128	43,0	27,05
8,0	5	33	82,5	40	168	56,4	26,12
10,0	3	36	90,0	30	198	66,4	23,56
15,0	0	36	90,0	0	198	66,4	23,56
25,0	4	40	100,0	100	298	100,0	0,00
		Σ pi (entre 1 y n-1) =	407,5			Σ (pi - qi) (entre 1 y n-1) =	136,69

El **Indice Gini** sería:

IG = 136,69 / 407,5 = 0,34

El Indice Gini se ha elevado considerablemente, reflejando la mayor concentración de rentas que hemos comentado.

Ejemplo: vamos a calcular el Indice Gini de una serie de datos con los sueldos de los empleados de una empresa (millones pesetas).

Sueldos	Empleados (Frecuencias absolutas)		Frecuencias relativas	
(Millones)	Simple	Acumulada	Simple	Acumulada
3,5	10			
4,5	12			
6,0	8			
8,0	5			
10,0	3			
15,0	1			
20,0	1			

Calculamos los valores que necesitamos para aplicar la fórmula del Indice de Gini:

X_i	n_i	Σn_i	p_i	$X_i * n_i$	$\Sigma X_i * n_i$	q_i	$p_i - q_i$
3,5	10	10	25,0	35,0	35,0	13,6	10,83
4,5	12	22	55,0	54,0	89,0	34,6	18,97
6,0	8	30	75,0	48,0	147,0	57,2	19,53
8,0	5	35	87,5	40,0	187,0	72,8	15,84
10,0	3	38	95,0	30,0	217,0	84,4	11,19
15,0	1	39	97,5	15,0	232,0	90,3	7,62
25,0	1	40	100,0	25,0	257,0	100,0	0
	Σp_i (entre 1 y n-1) =		435,0		$\Sigma (p_i - q_i)$ (entre 1 y n-1) =		83,99

Por lo tanto:

$$IG = 83{,}99 / 435{,}0 = 0{,}19$$

Un Indice Gini de 0,19 indica que la muestra está bastante uniformemente repartida, es decir, su nivel de concentración no es excesivamente alto.